

【1】三角比の相互関係

一般的に三角比の間には次のような関係が成り立つことが証明されている。

◆三角比の相互関係◆

①  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$

②  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

③  $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

※一般的に  $(\sin \theta)^2$  や  $(\cos \theta)^2$  や  $(\tan \theta)^2$  を  $\sin^2 \theta$ ,  $\cos^2 \theta$ ,  $\tan^2 \theta$  と表す。

(証明)

右の図の直角三角形を使って考える。

$\sin \theta = \frac{y}{r}$ ,  $\cos \theta = \frac{x}{r}$  より、  $y = r \sin \theta$ ,  $x = r \cos \theta$

よって、 $\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{r \sin \theta}{r \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  ……①の式

また、三平方の定理より、 $x^2 + y^2 = r^2$  より、

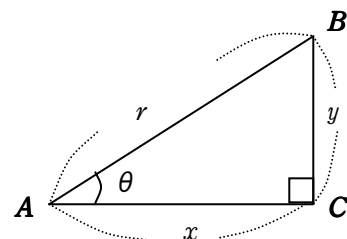
$r^2 \cos^2 \theta + r^2 \sin^2 \theta = r^2$

$r \neq 0$  だから、両辺を  $r^2$  でわって、 $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$  したがって、 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  ……②の式

②の式を両辺を  $\cos^2 \theta$  でわると、 $\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$

$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  だから、 $\tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  したがって、 $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  ……③の式

<証明終わり>



また、この公式は、鈍角のときも成り立つ。

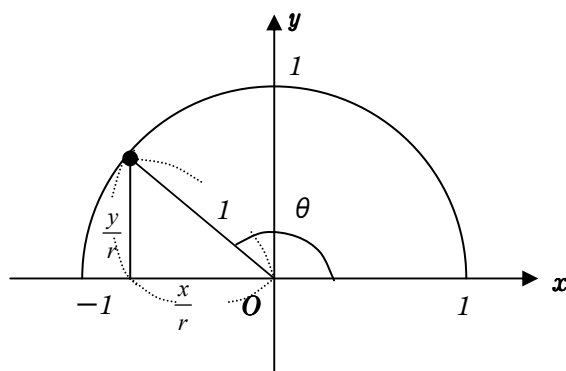
単位円では  $y = \sin \theta$ ,  $x = \cos \theta$  である。

$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  ……①の式

三平方の定理より、 $x^2 + y^2 = 1^2$  であるから、これに  $y = \sin \theta$ ,  $x = \cos \theta$  を

代入すると  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$  したがって、 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  ……②の式

これ以降は上と同じである。



問題1

$\sin \theta = \frac{2}{3}$  のとき、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$  の値を求めよ。ただし、 $\theta$  は鋭角とする。

問題2

$\cos \theta = \frac{1}{3}$  のとき、 $\sin \theta$ 、 $\tan \theta$  の値を求めよ。ただし、 $\theta$  は鋭角とする。

問題3

$\tan \theta = \sqrt{2}$  のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$  の値を求めよ。ただし、 $\theta$  は鋭角とする。

問題4

$\cos \theta = -\frac{1}{3}$  のとき、 $\sin \theta$ 、 $\tan \theta$  の値を求めよ。ただし、 $\theta$  は  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

問題5

$\cos \theta = -\frac{4}{5}$  のとき、 $\sin \theta$ 、 $\tan \theta$  の値を求めよ。ただし、 $\theta$  は  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。

問題6

$\tan \theta = -2$  のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$  の値を求めよ。ただし、 $\theta$  は  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  とする。